



Vortici ottici e fasci di luce

La polarizzazione della luce è una proprietà ben nota anche in ambito non scientifico, così come l'uso dei polarizzatori per trasformare, ad esempio, luce con polarizzazione circolare in lineare. In termini leggermente più tecnici si può affermare che la luce (o radiazione) circolarmente polarizzata porti con sé un momento angolare che in realtà è la somma degli spin dei singoli fotoni costituenti. Lo spin è un momento angolare intrinseco distinto da quello orbitale. Nel recente passato è stato evidenziato come fasci di luce dotati di momento angolare intrinseco siano compatibili con le equazioni di Maxwell e la loro esistenza è stata verificata sperimentalmente. In questo articolo discuteremo la fenomenologia di questi fasci e le loro possibili applicazioni

DOI 10.12910/EAI2015-097

■ G. Dattoli, F. Nguyen

Introduzione

Il fatto che la luce (visibile e non) abbia proprietà, per così dire, meccaniche, quali impulso e momento angolare, è noto fin da prima della meccanica quantistica [1]. Il momento lineare del campo elettromagnetico, ovvero il vettore di Poynting, è associato all'intensità trasportata da un'onda elettromagnetica e la polarizzazione è la "manifestazione" macroscopica del momento angolare.

La meccanica quantistica ha completato il quadro con l'introduzione del fotone come componente microscopico di un fascio di luce che, al pari di una particella dotata di massa, è caratterizzato da un impulso e da un momento angolare intrinseco.

Il modo più semplice per legare gli aspetti micro e macro di cui sopra è tenere conto del fatto che il momento angolare (lungo la direzione di propagazione) J_z , l'energia E e l'impulso P di un'onda (ideale) di pulsazione ω circolarmente polarizzata sono legati al numero n di fotoni costituenti dalle relazioni

$$\begin{aligned} J_z &= n\hbar, \\ E &= n\hbar\omega \\ P &= n\hbar k \end{aligned} \quad (1)$$

dove $k = \frac{c}{\omega}$ è il vettore d'onda.

Il vettore di Poynting P , parallelo alla direzione di propa-

gazione dell'onda e perpendicolare al suo fronte, è dato dal prodotto vettoriale dei campi elettrico e magnetico. Sebbene la definizione delle quantità riportate in eq. (1) faccia esplicito uso della costante di Planck ridotta \hbar e del concetto di fotone, la loro riscrittura nella forma

$$\begin{aligned} E &= J_z\omega, \\ P &= J_z k \end{aligned} \quad (2)$$

autorizza a ritenere che il legame tra energia, impulso e momento angolare di un'onda elettromagnetica, circolarmente polarizzata (Figura 1), siano concetti di natura classica [1]. Qualora volessimo generalizzare le relazioni precedenti, estendendole al caso di polarizzazione ellittica, potremmo scrivere la prima delle eq. (2) come

$$\frac{J_z}{E} = \frac{\sigma}{\omega}, \quad -1 \leq \sigma \leq 1 \quad (3)$$

dove i valori di $\sigma = 0, \pm 1$ si riferiscono a polarizzazione lineare, circolare sinistra (+) e destra (-) (Figura 1).

Contact person: Federico Nguyen
federico.nguyen@enea.it

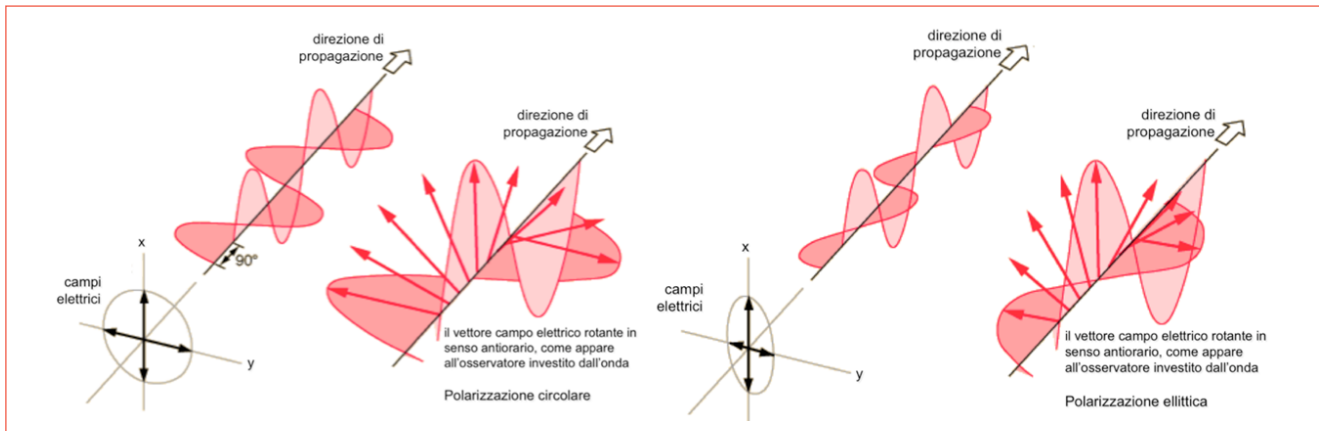


FIGURA 1 Polarizzazioni circolare ed ellittica
 Fonte: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html>

Come abbiamo già sottolineato, l'esistenza di un momento angolare non nullo della radiazione è dovuto al momento angolare intrinseco dei fotoni, ma potremmo ipotizzare l'esistenza di un momento angolare orbitale, caratterizzato da un numero quantico orbitale m , in modo tale che la relazione energia-momento angolare sia modificata in [2]

$$\frac{J_z}{E} = \frac{m \pm \sigma}{\omega} \quad (4)$$

Fasci di luce, con numeri quantici m diversi da zero, definiscono fasci OAM (Orbital Angular Momentum) con una fenomenologia del tutto nuova, rispetto a quella dei fasci con solo momento angolare intrinseco, e che riassumeremo brevemente nel seguito (per una trattazione più dettagliata si veda la ref. [3]).

Il fronte di propagazione di un'onda OAM non è semplicemente planare, tanto per visualizzare una delle possibili forme geometriche possiamo ricorrere a quella di un "fusillo", riportata in Figura 2.

Il vettore di Poynting, così come quello d'onda, non è più semplicemente parallelo alla direzione di propagazione, ma si attorciglia intorno ad essa come mostrato in Figura 3. Le motivazioni per ritenere che un fascio di radiazione possa "trasportare" un momento angolare orbitale, indipendente dallo spin, sono essenzialmente due:

- a. Una squisitamente matematica, ovvero che le equazioni di Maxwell sono compatibili con l'eventualità



FIGURA 2 "Fusillo" come utile modello geometrico per la propagazione di un fronte d'onda con momento angolare orbitale

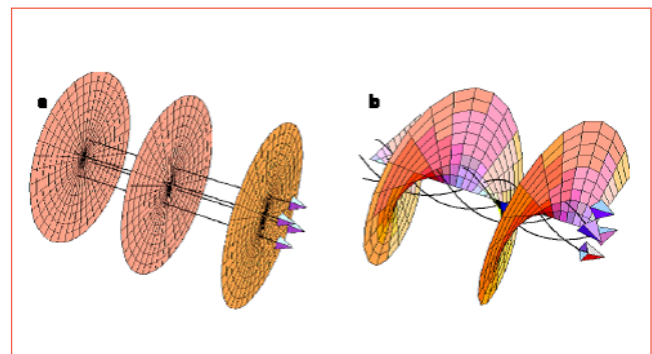


FIGURA 3 Fronte d'onda con polarizzazione circolare e Orbital Angular Momentum (OAM)

- che la struttura trasversale di un fascio di luce sia caratterizzata da un numero quantico azimutale.
- b. Fasci di luce OAM sono stati effettivamente prodotti tramite tecniche diverse e potranno essere utilizzati per applicazioni specifiche, cui accenneremo nel seguito.

Proprietà, produzione e applicazioni di fasci OAM

All'inizio degli anni 90 del secolo scorso fu dimostrato [2] che fasci OAM costituiscono una soluzione "naturale" dell'equazione di Helmholtz in approssimazione parassiale.

La struttura trasversa di fasci OAM può essere descritta tramite modi di Laguerre-Gauss (LG) o Hermite-Gauss (HG) tramite un fattore di fase aggiuntivo $e^{im\phi}$, in cui m può assumere valori interi positivi o negativi. In Figura 4 è stata riprodotta la struttura dei fasci corrispondenti ai primi quattro OAM (incluso anche il caso di semplice polarizzazione intrinseca).

Il dato significativamente importante è il fatto che il numero di stati possibili, associato al numero quantico m , è pressoché infinito. La qual cosa, come vedremo nel seguito, apre importanti prospettive nella trasmissione di informazioni.

Il valore di $|m|$ corrisponde agli avanzamenti di fase del fronte d'onda (positivi se in verso orario, negativi nel caso contrario) lungo l'asse di propagazione z . L'esempio della geometria a "fusillo" è relativo al caso di $m=3$ con un avanzamento di fase (in una rotazione intorno all'asse) pari a 6π , come meglio illustrato in Figura 5.

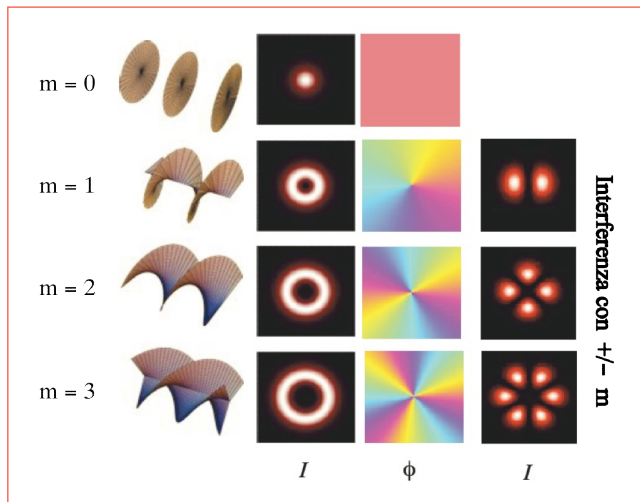


FIGURA 4 I primi 4 fasci LG-OAM. La distribuzione trasversa ha una struttura anulare (il campo è nullo sull'asse), la distribuzione di fase è degenera solo nel caso $m=0$, sono possibili figure interferenziali corrispondenti a valori di m con segno opposto

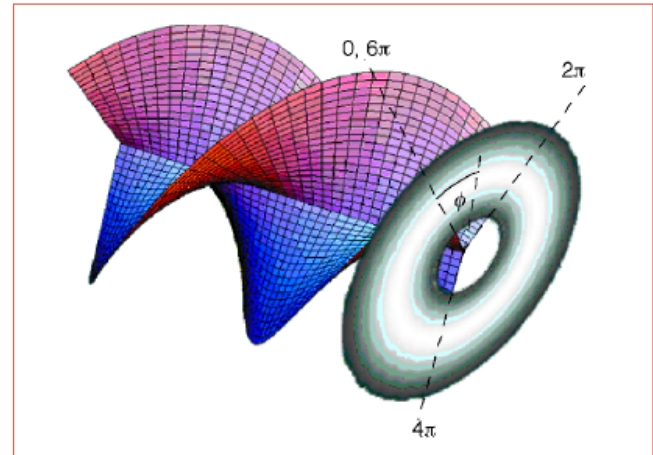


FIGURA 5 Avanzamenti di fase del fronte d'onda per $m=3$

La struttura trasversa è quella dei modi ottici di ordine superiore e pertanto ha una forma anulare.

Nella Figura 6 viene riportata la forma elicoidale di un OAM, insieme al vettore di Poynting localmente ortogonale al fronte d'onda. Le componenti dei campi elettrici e magnetici nella direzione di propagazione non sono nulle, determinando una corrispondente valore azimutale del vettore di Poynting, che, a sua volta, induce, lungo z , un momento angolare non nullo

$$(\vec{r}_\perp \times \vec{P}) \propto [\vec{r}_\perp \times (\vec{E} \times \vec{B})]_z \neq 0$$

che si somma algebricamente alla componente di spin.

La precedente considerazione, seppure qualitativa, fornisce una idea fisica del legame tra energia, impulso e momento angolare in un fascio OAM.

È evidente che il campo di un laser in una cavità ottica è essenzialmente una sovrapposizione di modi OAM. L'estrazione di uno di questi costituirebbe di per sé la generazione di un fascio con momento angolare orbitale.

Tale possibilità, seppure concettualmente semplice, non risulta percorribile nella pratica. Di seguito discuteremo alcuni schemi di generazione basati su tecniche diverse, ma tutte essenzialmente riconducibili alla conservazione del momento angolare.

Un esempio paradigmatico è quello di Figura 7a), in

cui un fascio, inizialmente con polarizzazione circolare, viene diffratto attraverso una fenditura costituita da un ologramma a forcella [4]. Nel caso di Figura 7b) il fascio iniziale attraversa un piatto di materiale birfrangente a forma di spirale, durante l'interazione con il mezzo, la radiazione acquista una struttura OAM [5], dopo aver ceduto una corrispondente parte di momento angolare al mezzo.

In merito alla tecnica dell'ologramma la Figura 8 fornisce qualche dettaglio in più [6]. A differenza del piatto a spirale, che agisce tramite una modulazione di fase, la tecnica dell'ologramma induce una modulazione del campo, i differenti colori nella Figura 7a rappresentano valori differenti della trasmissività.

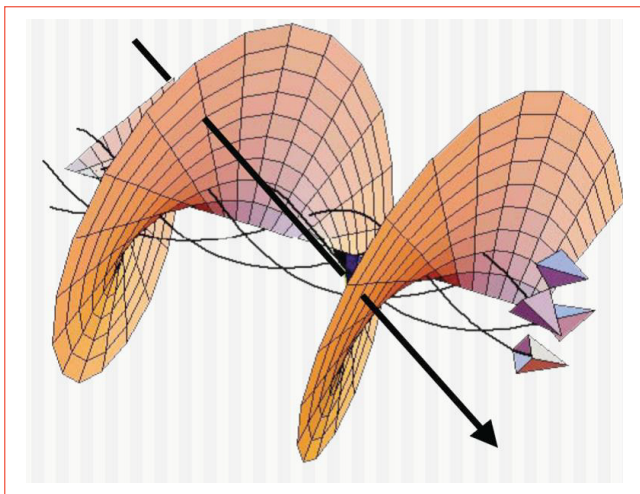


FIGURA 6 Relazione tra la componente azimutale del vettore di Poynting e la “generazione” del momento angolare orbitale

Una tecnica meno convenzionale è rappresentata da quella riportata in Figura 9. Il metodo di generazione di fasci OAM utilizza, in questo caso, una interazione di tipo laser ad elettroni liberi, basato sul processo di emissione da parte di un fascio di elettroni relativistici, in moto all'interno di un magnete ondulatorio e modulato tramite l'interazione di un fascio laser sovrapposto all'interno del magnete. La modulazione impressa al fascio è, tra le altre cose, il risultato della struttura trasversa dell'ondulatore e del moto che gli elettroni acquisiscono in tale struttura. Nel caso di un ondulatorio a polarizzazione elicoidale gli elettroni descrivono un'elica. Se il fascio modulato viene estratto e iniettato in un successivo ondulatorio, a polarizzazione lineare, il processo di emissione fornisce radiazione di tipo OAM (per ulteriori dettagli si veda il Rif. [7]).

Senza scendere nei dettagli dell'interazione, facciamo notare che quest'ultima tecnica di trasferimento di momento angolare tra un fascio di elettroni liberi e radiazione, potrebbe giocare un ruolo nella produzione di fasci con momento angolare non nullo nella regione dei raggi X.

Considerazioni conclusive e applicazioni

Nel paragrafo introduttivo abbiamo tenuto a sottolineare le caratteristiche “meccaniche” della radiazione elettromagnetica, che possono costituire gli elementi di riferimento per un modello euristico, adatto ad una prima comprensione della fenomenologia dei fasci OAM. Proviamo pertanto a definire il momento angolare di un fascio OAM utilizzando quantità tipiche della meccanica quali velocità angolare e momento d'inerzia.

Come illustrato in Figura 10 (si veda il Rif. [3]), un fascio di

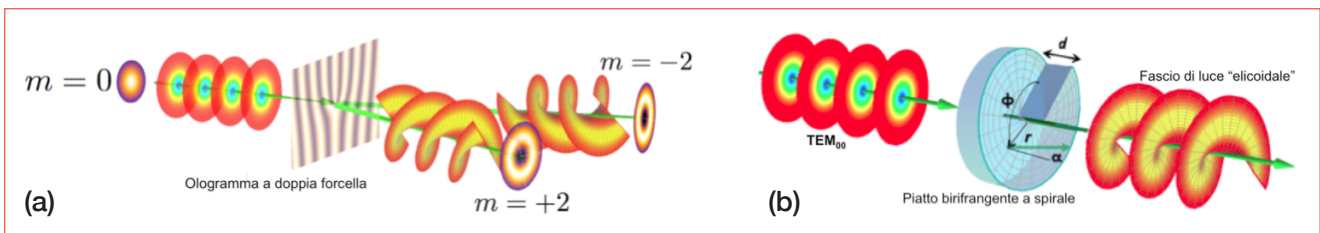


FIGURA 7 Produzione di fasci ottici dotati di momento angolare: a) Tecnica dell'ologramma a forcella; b) Tecnica del mezzo birfrangente sagomato a spirale

Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Angular_momentum_of_light

radiazione realizzato da una sovrapposizione di un fascio gaussiano e da un modo LG(0,1) si propaga nella direzione longitudinale e viene monitorato a distanze diverse dal waist, specificate da multipli della distanza di Rayleigh Z_R . La figura mostra la dinamica di propagazione associata, caratterizzata dal normale processo di espansione del fascio con l'aggiunta di una rotazione evidenziata da uno spostamento della posizione della parte oscura.

Per identificare le grandezze meccaniche dalla descrizione precedente, ricordiamo che il momento angolare L del sistema può essere scritto, in termini di momento di inerzia $I(z)$ e di velocità angolare $\Omega(z)$, come

$$L = I(z) \Omega(z) \quad (5)$$

dove

$$I(z) = m_e b^2(z)$$

$$b(z) = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{1 + \left(\frac{z}{Z_R}\right)^2} \quad (6)$$

con m_e abbiamo indicato la massa elettromagnetica legata al vettore di Poynting da

$$m_e = \frac{\Phi}{c^3} \quad (7)$$

E con $b(z)$ il raggio del *waist* del modo, che, come ben noto dall'ottica fisica tende ad espandersi durante la propagazione. Inoltre la velocità angolare può essere scritta nella forma

$$\Omega(z) = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{c}{b^2(z)} \quad (8)$$

ed evidentemente tende a diminuire allontanandosi dal *waist*.

Le relazioni precedenti, pur nella loro semplicità, rendono conto della dinamica di Figura 10, in cui la propagazione del modo è caratterizzata dagli effetti diffrattivi, associati alla espansione del *waist* e da quelli di rotazione indotti dal momento angolare e, a loro volta, compensati dalla crescita delle dimensioni trasverse.

Abbiamo tenuto a mettere ulteriormente in evidenza tali peculiarità meccaniche, perché un aspetto che lega fasci OAM e corpi rotanti è la possibilità di una mutua interazione tra questi, con il trasferimento reciproco di mo-

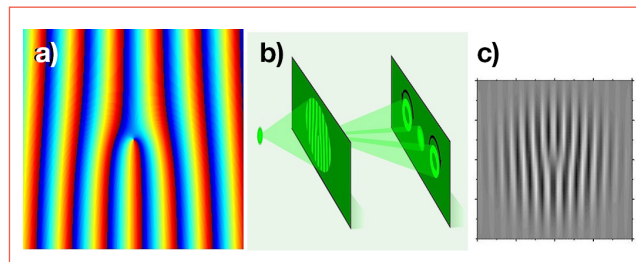


FIGURA 8 a) Ologramma a forcina ottenuto tramite una simulazione numerica; b) Schema concettuale dell'apparato; c) Ologramma ottenuto sperimentalmente

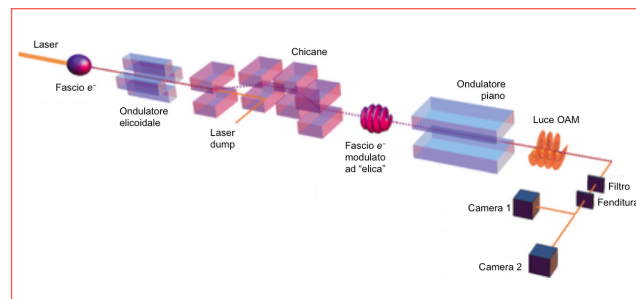


FIGURA 9 Schema di produzione di fasci OAM tramite interazione FEL
Fonte: [7]

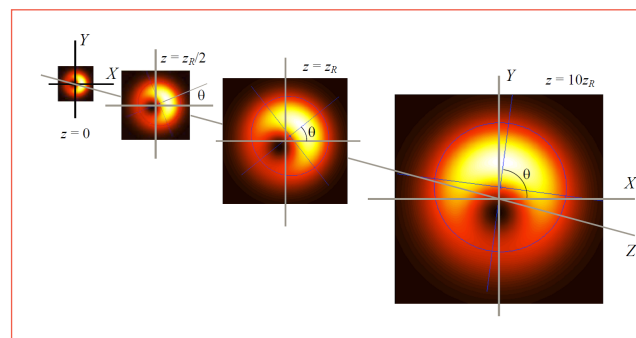


FIGURA 10 Propagazione di un fascio OAM lungo la direzione longitudinale

mento angolare. Questa caratteristica (insieme al fatto che i fotoni OAM possono indurre transizioni vietate da quelli di solo spin) permetterà, allorché si disporrà di fasci OAM ultracorti nella regione degli X, di pilotare strutture molecolari e, ad esempio, di indurre sia rotazioni che transizioni molecolari che possano favorire o inibire



una determinata reazione. In altre parole la “luce” potrà essere utilizzata sia per le sue caratteristiche meccaniche che per quelle di natura elettromagnetica, associate alla sua capacità di “accoppiarsi” con particelle cariche. Senza indugiare ulteriormente su scenari abbastanza lontani nel futuro, non è difficile arguire, in base a quanto detto in precedenza, che uno degli ambiti in cui fasci OAM possono essere utilizzati in applicazioni fruibili nel futuro prossimo è quello delle comunicazioni. Infatti un fascio di luce ad una certa lunghezza d’onda può essere adattato in un numero praticamente infinito di stati OAM. Pertanto, i dati trasmissibili attraverso un solo canale aumentano drasticamente.

Un esperimento che avvalorava quanto detto è stato già fatto, trasmettendo l’immagine di Mozart sul cielo di Vienna per 3 km, in atmosfera turbolenta [8]. L’informazione associata all’immagine è stata “codificata” utilizzando 16 modi OAM diversi e poi decodificata dall’apparato ricevente.

Gli autori del presente articolo consigliano la visione del filmato dell’esperimento riportato in [8].

Per concludere, non è inappropriato citare la possibilità di considerare una applicazione per i computer quan-

tistici. In questo caso l’informazione sarebbe codificata tramite tre gradi di libertà (direzione, propagazione e numero quantico orbitale). Inoltre l’architettura del computer stesso potrebbe essere costituita da soli elementi ottici. Un ologramma (o un piatto a spirale) potrebbero determinare una variazione di numero quantico m , uno specchio un cambiamento di segno del fronte di fase ed infine un prisma per indurre una rotazione di fase [9].

È opinione degli autori che la ricerca in questo settore possiede indubbi aspetti di interessi su entrambi i piani speculativo e applicativo.

Le future applicazioni potranno avere importanti ricadute tecnologiche, allo stato attuale della ricerca la possibilità di attrezzare laboratori per tale scopo non è assolutamente dispendiosa (si veda ad es. Rif. [10], dove un fascio OAM viene prodotto e caratterizzato tramite l’utilizzo di un laser He-Ne e di semplice strumentazione ottica come specchi, lenti e CCD) e acquisire competenze (teoriche e sperimentali) in tale direzione dovrebbe essere fortemente incentivata. ●

Giuseppe Dattoli, Federico Nguyen

ENEA, Dipartimento Fusione e Tecnologie
per la Sicurezza Nucleare, Laboratorio teoria, simulazione e modellistica

abstract

Optical vortices and light beams

Light polarization is a well-known property also in non-scientific contexts, as well as the use of polarizers to transform, for example, circularly polarized into linearly polarized light. In slightly more technical terms, we may say that circularly polarized light or radiation carries an angular momentum that is actually the sum of the spins of each single photon. The spin is an intrinsic angular momentum, different from the orbital angular momentum. In the recent past it has been proven that light beams with intrinsic angular momentum are consistent with Maxwell equations and their existence has been verified experimentally. In this article we discuss the phenomenology of these beams and their possible applications.

- [1] Poynting, J.H. (1909) "The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light", *Proc. R. Soc. London Ser. A*, **82**, 560–567
- [2] Allen, L., Beijersbergen, M.W., Spreeuw, R.J.C., and Woerdman, J.P. (1992) "Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes", *Phys. Rev. A*, **45**, 8185–8189
- [3] A. Bekshaev, M. Soskin and M. Vasnetsov (2008), "Paraxial light beams with angular momentum", arXiv:0801.2309 [*physics.optics*]
- [4] Heckenberg, N. R., McDuff, R., Smith, C. P., and White, A. G. (1992), *Optics. Lett.*, **17**, 221
- [5] J. Courtial, K. O'Holleran, *Eur. Phys. J. Special Topics* 145, 35-47 (2007)
- [6] G. Volpe, *Opt. and Phot. Focus* **12**, 3 (2011). S. G. Garanin, F. A. Starikov, Y. I. Malakhov, *Adaptive Optics and Optical Vortices*, 147-190 (2012)
- [7] E. Hemsing et al., "Coherent optical vortices from relativistic electron beams", *Nature Physics*, Vol 9, September 2013 (549)
- [8] <http://www.gizmag.com/twisted-light-beam-data-transmission-vienna/34713>
- [9] J. C. Garcia-Escartin and P. Chamorro-Posada, *Phys. Rev. A*, 86, 032334 – Published 25 September 2012
- [10] S. G. Reddy et al., "Propagation of an arbitrary vortex pair through an astigmatic Optical System and determination of its net topological phase", arXiv:1309.3095v2 [*physics.optics*]